

Proposizione 4.a.2. [1XC] Sia $A \supseteq \mathbb{N}$ e $P(n)$ una proposizione logica che possa essere valutata per $n \in A$. Supponiamo siano soddisfatte le due seguenti ipotesi:

- $P(n)$ è vera per $n = 0$ e
- $\forall n \in \mathbb{N}, P(n) \Rightarrow P(S(n))$;

allora P è vera per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Dimostrazione. Sia $U = \{n \in \mathbb{N} : P(n)\}$ sappiamo che $0 \in U$ e che $\forall x, x \in U \Rightarrow S(x) \in U$, allora da (N5) si conclude $U = \mathbb{N}$. \square