

Definizione 3.52. [1Y1] *L'assioma dell'insieme della potenza dice che per ogni insieme A , esiste un insieme $\mathcal{P}(A)$ i cui elementi sono tutti e soli i sottoinsiemi di A . Una formula abbreviata di definizione è*

$$\mathcal{P}(A) \stackrel{\text{def}}{=} \{B : B \subseteq A\} \quad .$$

$\mathcal{P}(A)$ si chiama anche insieme delle parti.

Nel linguaggio formale degli assiomi di Zermelo-Fraenkel, l'assioma si scrive:

$$\forall A, \exists Z, \forall y, y \in Z \iff (\forall z, z \in y \implies z \in A) \quad ;$$

questa formula comporta che l'insieme potenza Z è unico, dunque possiamo denotarlo con il simbolo $\mathcal{P}(A)$ senza tema di equivoci.

Notate che

$$(\forall z, z \in y \implies z \in A)$$

si può abbreviare con $y \subseteq A$ e dunque l'assioma può essere scritto come

$$\forall A, \exists Z, \forall y, y \in Z \iff (y \subseteq A) \quad ;$$

usando poi l'estensionalità, si ottiene che

$$Z = \{y : (y \subseteq A)\} \quad .$$