Proposizione 3.167. [1Z6]

- *Supponiamo che la funzione $f : A \times A \to B$ sia invariante per la relazione d'equivalenza $\sim$ in tutte le sue variabili, cioè*

  $$\forall x, y, v, w \in A, \quad x \sim y \land v \sim w \Rightarrow f(x,v) = f(y,w) \quad ;$$

  sia $\tilde f$ la proiezione al quoziente $\widetilde{f} : {}^{A}/_{\sim} \times {}^{A}/_{\sim} \to B$ che soddisfa

  $$f(x,y) = \widetilde{f}(\pi(x), \pi(y)) \quad .$$

  Se f è commutativa (risp. *associativa) allora $\widetilde{f}$ è commutativa* (risp. *associativa).*

- *Se R è una relazione in $A \times A$ invariante per $\sim$, e R è riflessiva* (risp *simmetrica, antisimmetrica, transitiva) allora $\widetilde{R}$ è riflessiva* (risp *simmetrica, antisimmetrica, transitiva).*

- *Se A e B sono ordinati e l'ordinamento è invariante, e f è monotona, allora $\widetilde{f}$ è monotona.*