

**Definizione 5.2.** [1ZF] (Svolto il 2022-11-15) Un **gruppo** è un insieme  $G$  munito di una operazione binaria  $*$ , che ad ogni coppia  $a, b \in G$  associa un elemento  $a * b \in G$ , rispettando le seguenti proprietà

1. proprietà associativa: dati  $a, b, c \in G$  vale  $(a * b) * c = a * (b * c)$ .
2. esistenza dell'elemento neutro: un elemento indicato con  $e$  tale che  $a * e = e * a = a$ .
3. Esistenza dell'inverso: ad ogni elemento  $a \in G$  è associato un elemento **inverso**  $a'$ , tale che  $a * a' = a' * a = e$ . L'inverso dell'elemento  $a$  è spesso indicato con  $a^{-1}$  (o  $-a$  se il gruppo è commutativo).<sup>a</sup>

Un gruppo si dice **commutativo** (o abeliano) se vale anche  $a * b = b * a$  per ogni coppia  $a, b \in G$ .

---

<sup>a</sup>La notazione  $a^{-1}$  è giustificato dal fatto che l'elemento inverso è unico: cf [1ZP].