

Esercizi

E5.16 [1ZV] Prerequisiti: [29D], [1ZS], [1ZT]. Provate ^a che in un anello ordinato F :

1. per ogni $x \in F, x^2 \geq 0$, in particolare $1 = 1^2 > 0$;
2. $x > 0 \Rightarrow -x < 0$
3. $y > x \Rightarrow -y < -x$;
4. $x \leq y \wedge a \leq 0 \Rightarrow a \cdot x \geq a \cdot y$;
5. $x \geq a \wedge y \geq b \Rightarrow x + y \geq a + b$;
6. $x > a \wedge y \geq b \Rightarrow x + y > a + b$;
7. $x \geq a \geq 0 \wedge y \geq b \geq 0 \Rightarrow x \cdot y \geq a \cdot b$;

Provate che in un campo ordinato F :

1. $x > a > 0 \wedge y > b \geq 0 \Rightarrow x \cdot y > a \cdot b$;
2. $x > 0 \Rightarrow x^{-1} > 0$;
3. $y > x > 0 \Rightarrow x^{-1} > y^{-1} > 0$;
4. $x \cdot y > 0$ se e solo se x e y sono concordi (cioè o entrambi > 0 o entrambi < 0);

Soluzione 1. [29B]

^aDal Cap. 2 Sez. 7 in [3], oppure [20] Prop. 1.18