

Esercizio 5.24. [205] Sia F un anello commutativo, $a, b \in F$, $n \in \mathbb{N}$ allora

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

in cui il fattore

$$\binom{n}{k} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

si chiama “coefficiente binomiale”. (Questo risultato è noto come il teorema binomiale, formula di Newton, binomio di Newton o sviluppo binomiale). Per dimostrarlo per induzione, verificate che

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k}$$

per $0 \leq k, k+1 \leq n$.