

**Esercizio 5.8.** [20T] Prerequisiti: [202]. Dato  $\alpha \neq 0$  in un campo, definite che  $\alpha^0 = 1$  e che  $\alpha^{-n}$  sia l'inverso moltiplicativo di  $\alpha^n$  quando  $n \geq 1$  naturale. (Usate [202]). Per  $n, m \in \mathbb{Z}$  mostrate che

$$\alpha^n \alpha^m = \alpha^{n+m} \quad , \quad (\alpha^h)^k = \alpha^{(hk)} \quad ;$$

se il campo è ordinato e  $\alpha > 1$  mostrate che  $n \mapsto \alpha^n$  è strettamente monotona crescente.