

## Esercizi

3.211 [22F] Prerequisiti: [21W], [071], [07V], [07X]. Difficoltà: \*. Note: *Esercizio 3 del compito del 29 Gennaio 2021. (Svolto il 2022-10-13 in parte)*

Sia dato  $(X, \leq_X)$  dove  $X$  un insieme infinito e  $\leq_X$  è un buon ordinamento.

- Se  $X$  non ha massimo, allora esiste  $(Y, \leq_Y)$  tale che posto  $Z = Y \times \mathbb{N}$  con  $\leq_Z$  l'ordinamento lessicografico, allora  $(X, \leq_X)$  e  $(Z, \leq_Z)$  hanno lo stesso tipo d'ordine.
- Se invece  $X$  ha massimo, allora esistono  $(Y, \leq_Y)$  e  $k \in \mathbb{N}$  tale che, posto  $Z$  essere la concatenazione di  $Y \times \mathbb{N}$  e di  $\{0, \dots, k\}$  (dove  $Y \times \mathbb{N}$  ha l'ordinamento lessicografico, come sopra), allora  $(X, \leq_X)$  e  $(Z, \leq_Z)$  hanno lo stesso tipo d'ordine.
- Mostrate che, nei casi precedenti,  $Y$  è bene ordinato.

**Soluzione 1.** [22G]