

Lemma 3.120. [22S] Sia $A \subseteq X$ non vuoto. Ricordiamo queste proprietà dell'estremo superiore.

1. Se A ha massimo m allora $m = \sup A$.
2. Sia $s \in X$. Si ha $s = \sup A$ se e solo se
 - per ogni $x \in A$ si ha $x \leq s$.
 - per ogni $x \in X$ con $x < s$ esiste $y \in A$ con $x < y$.

Quest'ultima proprietà è di larghissimo uso nell'analisi!
La dimostrazione è lasciata come (utile) esercizio.

Soluzione 1. [22T]