

4.5 Compatibilità Z-F e Peano

[26F]

Torniamo ora al modello \mathbb{N}_{ZF} di \mathbb{N} costruito appoggiandosi alla teoria di Zermelo—Fraenkel, visto in Sez. [246]. Vogliamo vedere che questo modello soddisfa gli assiomi di Peano.

Ricordiamo che, dato x (qualunque, non necessariamente numero naturale) si definisce il successore come

$$S(x) \stackrel{\text{def}}{=} x \cup \{x\} .$$

È facile vedere che **N1** e **N3** sono vere. La proprietà **N5** segue dal fatto che \mathbb{N}_{ZF} è il più piccolo insieme S-saturo. **N2** e **N4** derivano da [1YM].

Abbiamo inoltre visto nel Teorema [24D] che la relazione \subseteq soddisfa i requisiti delle Ipotesi [26H].