

## Esercizi

E0.1 [27Y]

E0.2 ★ Dimostrate che l'addizione è associativa.

**Soluzione 1.** *Vogliamo mostrare che*

$$\forall n, m, k \in \mathbb{N} \quad , \quad (n + m) + h = n + (m + h) \quad ;$$

*definiamo*

$$P(n) \doteq \forall m, k \in \mathbb{N} \quad , \quad (n + m) + h = n + (m + h) \quad ;$$

*ovviamente  $P(0)$  è vera; studiamo*

$$P(S(n)) \doteq \forall m, k \in \mathbb{N} \quad , \quad (S(n) + m) + h \stackrel{?}{=} S(n) + (m + h) \quad ;$$

*usiamo la [4.15]*

$$S(h) + n = S(h + n) = h + S(n)$$

*scriviamo*

$$(S(n) + m) + h \stackrel{\text{per [4.15]}}{=} S((n + m) + h) \stackrel{P(n)}{=} S(n + (m + h)) \quad ;$$

*concludendo così il passo induttivo.*