11.2 Isometrie [2CH]

Riscriviamo la definizione [0TK] nel caso di spazi normati.

Definizione 11.22. *[110]*

La confronteremo con questa definizione.

Definizione 11.23. *[111]*

Se φ è lineare allora la definizione di equazione [(11.24)] è equivalente alla definizione di *isometria lineare* vista in equazion [(11.26)] (basta porre $z = x - y$). Questo spiega perché entrambi vengono chiamate “isometrie”.

Per il teorema di Mazur–Ulam [**?**] se M_1, M_2 sono spazi vettoriali (su campo reale) dotati di norma e φ è una isometria surgettiva, allora φ è affine (che vuol dire che $x \mapsto \varphi(x) - \varphi(0)$ è lineare).

Ci chiediamo ora se vi possono essere isometrie che non sono mappe lineari, o più in generale mappe affini.

Esercizi

E11.24 [112]

E11.25 [114]