

**Nota 3.j.26.** [2F2] Cantor dimostrò che  $|\mathbb{N}| < |\mathbb{R}|$ . Successivamente Cantor formulò (nel 1878) l'ipotesi del continuo  $CH$ : per ogni insieme infinito  $E \subseteq \mathbb{R}$ , si ha che  $|E| = |\mathbb{R}|$  oppure  $|E| = |\mathbb{N}|$ . Per molti anni i matematici provarono a dimostrare  $CH$  (o la sua negazione). Ci vollero decenni per capire che questo non è possibile. Oggi sappiamo che, assumendo che la teoria  $ZF$  sia consistente, allora né  $CH$  né la negazione di  $CH$  possono essere dimostrati come teoremi in  $ZF$  (anche usando l'Assioma della scelta). La seconda parte dell'asserzione fu dimostrata da Gödel in 1939. La prima parte da Cohen nel 1963. Si veda nel Cap. 6 in [?].