Esercizi

E10.2.44 [2F3]Argomenti:insieme perfetto.Prerequisiti:[0QP],[2F2],[2FD].Diff

Supponiamo che (X, d) sia uno spazio metrico completo. Un insieme chiuso $E \subseteq X$ senza punti isolati, cioè costituito da soli punti di accumulazione, è detto **insieme perfetto**.

Sia C l'insieme di Cantor. Sia E perfetto e non vuoto. Dimostrate che esiste una funzione continua $\varphi : C \to E$ che è un omeomorfismo con la sua immagine. Questo implica che $|E| \geq |\mathbb{R}|$.

Dunque, in un certo senso, ogni insieme perfetto non vuoto contiene una copia dell'insieme di Cantor.

*Questo si può mostrare senza usare l'*ipotesi del continuo *[2F2]*. Cf. *[0W3]*.

Per via di [0J8], sarà sufficiente mostrare che esiste una $\varphi : C \to E$ *continua e iniettiva.*

Soluzione 1. *[2F4]*