

## Esercizi

E8.h.15 [2F5] Si consideri un insieme totalmente ordinato  $X$  (con almeno due elementi), e la famiglia  $\mathcal{F}$  di tutti gli intervalli aperti

$$\begin{aligned}(x, \infty) &\stackrel{\text{def}}{=} \{z \in X : x < z\} , & (-\infty, y) &\stackrel{\text{def}}{=} \{z \in X : z < y\} , \\ & & (x, y) &\stackrel{\text{def}}{=} \{z \in X : x < z < y\}\end{aligned}\tag{8.h.16}$$

per tutti  $x, y \in X$ . (Cf. [07D].) Dimostrare che questa è una base per una topologia, *i.e.* che soddisfa [0KZ]. Quindi  $\mathcal{F}$  è una base per la topologia  $\tau$  che essa genera. Questa topologia  $\tau$  è chiamata **topologia d'ordine**.

Se  $X$  non ha né massimo né minimo, allora gli intervalli  $(x, y)$  da soli sono già una base per  $\tau$ . Questo è il caso delle usuali topologie in  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{Z}$ .