

Esercizi

E8.91 [2F7] Prerequisiti: [0M3], [0M5], [0M7]. Siano ora, più in generale, I un'insieme non vuoto di indici, e siano (X_i, τ_i) spazi topologici, al variare di $i \in I$; siano \mathcal{B}_i basi per τ_i . (La scelta $\mathcal{B}_i = \tau_i$ è ammissibile).

Sia $X = \prod_{i \in I} X_i$ il prodotto cartesiano.

Definiamo la *topologia prodotto* τ su X , similmente a [0M3], ma con una differenza.

Una base \mathcal{B} per τ è data dalla famiglia di tutti gli insiemi della forma $A = \prod_{i \in I} A_i$ dove

$$\forall i \in I, A_i \in \mathcal{B}_i \vee A_i = X_i \quad ,$$

e inoltre $A_i = X_i$ eccetto eventualmente un numero finito di i .

Dimostrate che \mathcal{B} soddisfa i requisiti visti in [0KX], dunque è una base per la topologia τ che essa genera. Dimostrate che la topologia prodotto τ non dipende dalla scelta delle basi \mathcal{B}_i .

Soluzione 1. [2F8]